

SEMELLES ISOLEES

SEMELLES EXCENTREES

SEMELLES FILANTES

INTERACTION SOL-STRUCTURE

Revue Marocaine Génie Civil (RMGC) n° 60 Novembre 1995
Azzouz BOUGUERBA

Résumé :

La détermination de la fondation, même si on se base sur seulement la portance du sol, se fait par un cheminement des efforts de la structure par l'élément porteur sur l'appui. Le bilan des sollicitations et le comportement du sol d'assise, par sa portance et sa déformation, guide le type de semelle à adopter

Le type de semelle retenu, en fonction du sol, peut être :

☞ Une semelle isolée soumise, outre l'effort normal, à un moment. En zone sismique, le dimensionnement doit être mené de façon à limiter la partie soulevée de la semelle.

☞ Une semelle excentrée est souvent imposée par le site d'implantation du projet. Au moment d'excentrement s'ajoute le moment sismique et un calcul ne tenant pas compte de l'interaction sol-structure est pénalisant.

☞ Une semelle filante est souvent adoptée pour un sol de faibles caractéristiques mécaniques. La relation sol-semelle est l'hypothèse de proportionnalité entre les efforts et les déformations. Aussi l'action des moments peut-elle apporter des « tractions » dans le sol. Dans ce cas l'hypothèse ci-dessus n'est plus valable et le dimensionnement est à revoir.

Pour les cas précités, la structure n'intervient que par les sollicitations découplées apportées sur la semelle. Dans l'interaction sol-structure intervient le sol, la fondation et leur effet sur la structure.

Mots clés :

*Appuis – Contrainte – Elasticité – Fondations – Interaction
– Longrine – Répartition – Redressement – Raideur –
Rotation – Semelle – Séisme – Terrassement.*

INTRODUCTION :

Pour le calcul des semelles, souvent, le sol est pris en compte uniquement par sa contrainte admissible. Cette donnée et les sollicitations apportées par la superstructure déterminent le choix de la semelle en :

1. Semelle isolée
2. Semelle excentrée
3. Semelle filante

Mais le sol, en plus de sa capacité portante, a un comportement vis-à-vis des déformations. Il y a lieu d'en tenir compte, notamment en zone sismique (le séisme arrive par le sol) par :

Interaction sol-structure.

Pour la semelle isolée, en prenant en compte le sol par son taux de travail, deux cas sont à envisager :

- i. Excentricité unidirectionnelle
- ii. Excentricité bidirectionnelle

La semelle excentrée sera considérée :

- i. Sans intervention de la longrine ou sol-structure
- ii. Avec prise en compte d'une longrine de redressement et la liaison avec la structure.

Les semelles filantes, la tentative du comportement sol-fondation se fait par l'hypothèse d'appuis continus élastiques et du coefficient de ballast du sol.

L'interaction sol-structure, surtout en zone sismique, doit prendre en considération trois éléments : Sol+Fondation+Structure.

A) SEMELLES ISOLEES

1) Excentricité unidirectionnelle :

L'effort normal N est excentré dans un sens par rapport au centre de gravité de la semelle.

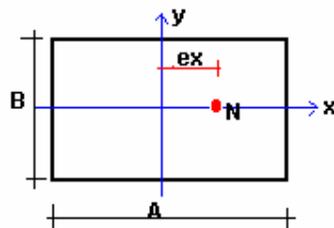


fig 1a : Excentricité e_x

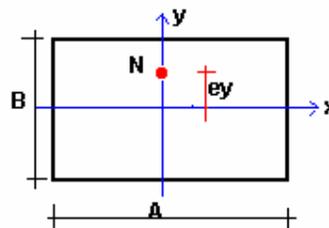
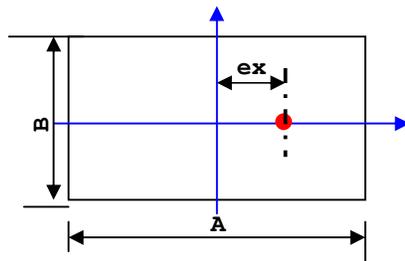


fig 1b : Excentricité e_y



1.1) CONTRAINTE SUR LE SOL - SECTION ACIER

Quatre cas sont à envisager selon la valeur de l'excentricité :

$$ex = M/N \quad (1)$$

1.1.a) Excentricité faible : $ex \leq A/24$

L'excentricité étant le quart du noyau central, on peut considérer une répartition uniforme des contraintes sur le sol.

a.1) Répartition des contraintes :

$$\sigma_1 = \frac{N}{AB} \left(1 + \frac{ex}{A}\right)$$

Erreur ! Signet non défini. $\sigma_2 = \frac{N}{AB} \left(1 - \frac{ex}{A}\right)$

Avec : $ex = \frac{A}{24}$ et $\sigma_u = \frac{N}{AB}$

$$\sigma_1 = 1.25\sigma_u$$

$$\sigma_2 = 0.75\sigma_u$$

La différence des contraintes extrêmes est :

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq 1.25\sigma_u - 0.75\sigma_u$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq \frac{\sigma_u}{2}$$

D'où :

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2)$$

Remarque 1:

La différence des contraintes extrêmes est inférieure à leur demi-somme. Dans ce cas, on peut adopter une répartition uniforme des contraintes sur le sol

a.2) Contrainte pondérée :

La contrainte moyenne de calcul est prise égale à :

$$\sigma_m = (3\sigma_1 + \sigma_2) / 4$$

$$\sigma_m = \sigma_u (1 + 3ex / A) \quad (3)$$

Remarque 2:

- *Pour cette faible excentricité, on peut admettre la semelle sous une charge centrée telle que :*

$$N' = N (1 + 3ex / A) \quad (4)$$

et :

$$\sigma_u = N' / AB$$

La section d'acier est :

$$Aa = N' (A - a) / (8h \sigma_a)$$

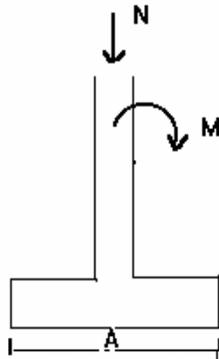


Fig 2 : $ex \leq A/24$

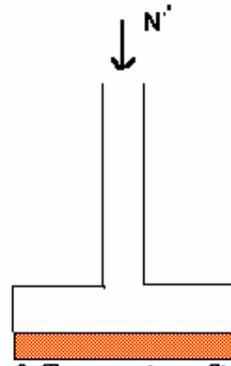


fig : 3 Charge centree - Cte uniforme

1.1. b) Excentricité entre $A/24$ et $A/6$:

b .1) Répartition des contraintes :

L' excentricite etant inferieure à $A/24$, le diagramme des contraintes est trapézoïdale .

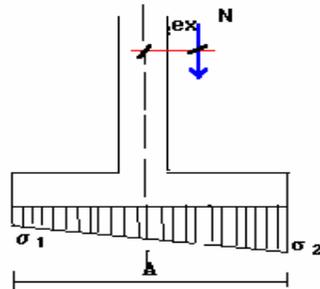


fig 4 : $A/24 < ex < A/6$

Les contraintes sur le sol sont :

$$\sigma_1 = \sigma_u (1 + 6 ex / A) \quad (5)$$

$$\sigma_2 = \sigma_u (1 - 6 ex / A) > 0 \quad (6)$$

$$\sigma_m = (3 \sigma_1 + \sigma_2) / 4$$

$$\sigma_m = \sigma_u (1 + 3 ex / 4)$$

Remarque 3 :

$$\text{Si } ex = 0 \quad : \quad \sigma_m = \sigma_u$$

$$\text{Si } ex = A/6 \quad : \quad \sigma_m = 1.5 \sigma_u$$

L'effet du moment se traduit par une majoration linéaire sur la contrainte (σ_m) qui peut atteindre 50 %.

b.2) Armatures :

On peut envisager trois hypothèses pour la détermination de la section d'acier.

b.2.a) Section de calcul des aciers a (0.35a) de l'axe :

C'est une hypothèse qui prévoit que le maximum du moment dû aux réactions des contraintes sur le sol, est dans une section sise a 0.15a du nu du poteau vers les valeurs maximales des contraintes (a étant le coffrage du poteau // A).

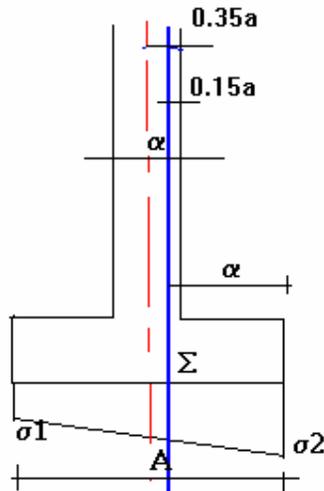


fig 5 : Section a 0.35a de l'axe poteau

Posons :

$$\alpha = A/2 - 0.35a$$

$$k = a / A$$

$$ex = M / N$$

$$x = ex / A \quad : \quad \text{excentricité relative}$$

La contrainte au droit de la section de calcul (Σ) est :

$$\sigma = \sigma_u (1 + 4.2 kx) \quad (7)$$

Le moment dans cette section est :

$$M\Sigma = (2 \sigma_1 + \sigma) B (A / 2 - 0.35a)^2 / 6$$

avec σ = contrainte au droit de la section de calcul Σ

$$M\Sigma = \sigma_u B \alpha^2 (1 + 4x + 1.4 kx) / 2$$

Posons :

$M_u = \sigma_u B \alpha^2 / 2$: Moment dû a une repartition uniforme des contraintes

$$M\Sigma = M_u (1 + 4x + 1.4 kx) \quad (8)$$

Section d'acier :

$$A_{\Sigma 0.35a} = M\Sigma / (z \cdot \sigma_a) \quad (9)$$

b.2.b) Section de calcul des aciers au quart du nu du poteau (0.25a) :

On obtient :

$$\sigma = \sigma_u (1 + 3 kx) \quad (10)$$

$$M\Sigma = M_u (1 + 4x + kx) \quad (11)$$

b.2.c) Section de calcul des aciers au nu du poteau :

On obtient :

$$\sigma = \sigma_u (1 + 6 kx) \quad (12)$$

$$M\Sigma = M_u (1 + 4x + 2 kx) \quad (13)$$

Remarque 4 :

a) La contrainte sur le sol, au droit de la section Σ est plus grande pour le cas au nu du poteau. Elle est plus petite pour celui a 0.15 a du nu du poteau.

b) Le moment dans la section Σ est plus grand pour la cas au quart du nu du poteau. Il est plus petit au nu du poteau.

Soit :

$$\sigma_{nu} > \sigma_{1/4} > \sigma_{0.35}$$

$$M_{1/4} > M_{0.35} > M_{nu} \quad 1.1.c)$$

Excentricite egale a $A / 6$

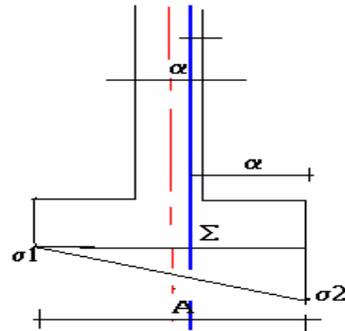


fig 6 : Excentricite $e_x = A / 6$

c . 1) Repartition des contraintes :

Repartition triangulaire des contraintes sur le sol . Le diagramme est un triangle complet sur la cote A de la semelle .

$$\sigma_1 = 2 \sigma_u$$

$$\sigma_2 = 0$$

posons :

$$\alpha = (A - a) / 2 + \delta . a$$

$$\alpha = (A - a + 2 \delta . a)$$

$$\sigma = 2 \sigma_u (A - a - 2 \delta . a) / 2 A$$

$$\sigma = \sigma_u [1 + k (1 - 2 \delta)] \quad (14)$$

Avec :

$$\delta = 0.15 \quad \text{pour section } (\Sigma) \text{ a } (0.35 a) \text{ de l'axe}$$

$$\delta = 0.25 \quad \text{pour section } (\Sigma) \text{ a } (0.25 a) \text{ de l'axe}$$

$$\delta = 0 \quad \text{pour section } (\Sigma) \text{ au du poteau}$$

$$M_\Sigma = M_u [1 + k (1 - 2 \delta) / 3] \quad (15)$$

1 . 1 . d) Excentricite superieure a A / 6 :

Le diagramme des contraintes est triangulaire incomplet . La partie en traction du sol n'est pas effective . Les sollicitations sont equilibrees seulement par la partie du sol en compression .

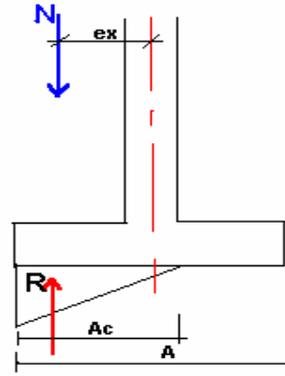


fig 7 : Excentricite $ex > A / 6$

d . 1) Contraintes sur le sol :

La longueur de la partie comprimée est :

$$Ac = 3 (A/2 - ex)$$

$$\sigma_{\max} = 2 \sigma_u / [3 (0.5 - x)] \quad (16)$$

$$\sigma_m = 3 / 4 \sigma_{\max}$$

$$\sigma_m = \sigma_u / (1 - 2 x) \quad (17)$$

2) Excentricite bidirectionnelle :

La charge verticale est excentree suivant les deux axes . Les coordonnees du point d'application sont :

$$N (ex , ey)$$

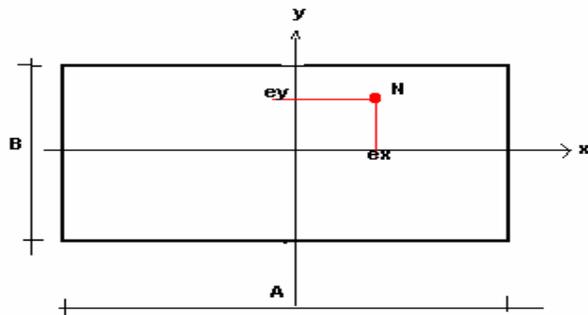


fig 8 : Excentricite bidirectionnelle

Posons :

$$x = ex / A \quad : \text{ abscisse relative}$$

$$y = ey / A \quad : \text{ ordonnee relative}$$

2. 1) Cas 1 : Surface d'appui triangulaire :

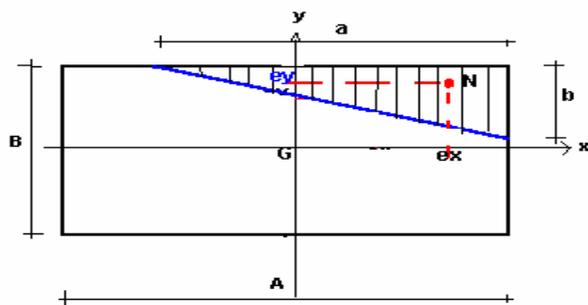


fig 9 : Surface d'appui triangulaire

Le point d'application de N est le centre de gravite du triangle d'appui de cotes : (a) et (b) . Soit :

$$ex = A / 2 - a / 3$$

$$ey = B / 2 - b / 3$$

$$a = 3A (0.5 - x) \quad (18)$$

$$b = 3B (0.5 - y) \quad (19)$$

Sap = Surface d' appui

$$Sap = 9 AB (0.5 - x) (0.5 - y) / 2$$

$$Sap = \rho S$$

Avec :

$$\rho = 4.5 (0.5 - x) (0.5 - y) \quad (20)$$

La contrainte sur le sol est :

$$\sigma = 2 N / a b$$

$$\sigma = \sigma_u / \rho \quad (21)$$

2.2) Cas 2 : Surface d'appui trapezoidale

2.2.a) cas : $x > 1/6$ et $y < 1/6$

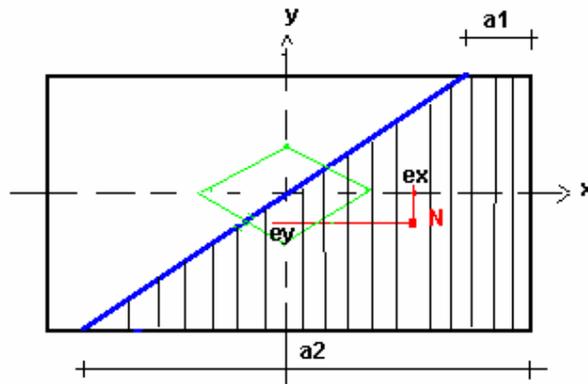


fig 10 : Sap trapezoidale ($ex > 1/6$ et $ey < 1/6$)

Le point de passage de la verticale N est le centre de gravite du trapeze ayant pour bases ($a1$) et ($a2$) et de hauteur B . Il s'agit de definir un trapeze connaissant sa hauteur et les coordonnees de son centre de gravite .

On obtient :

$$a2 = A (1 - 2 x) (1 + 6 y) / (1 + 12 y^2) \quad (22)$$

$$a1 = A (1 - 2 x) (1 - 6 y) / (1 + 12 y^2) \quad (23)$$

$$Sap = \rho S$$

$$\rho = (1 - 2 x) / (1 + 12 y^2) \quad (24)$$

La contrainte sur le sol est :

$$\sigma = \sigma_u / \rho \quad (25)$$

2.2.b) cas : $x < 1/6$ et $y > 1/6$

Meme cas que precedemment en permutant les valeurs de coordonnees relatives : x et y .

2.3) Cas 3 : Surface d'appui pentagonale

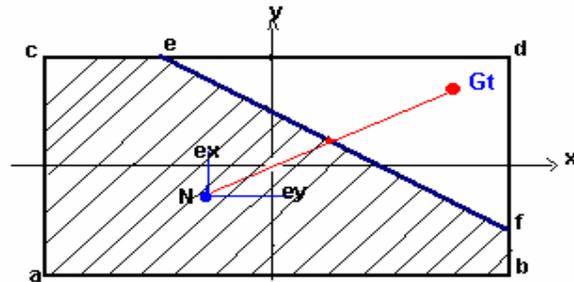


fig 11 : Surface appui pentagonale

Soit G_t , le centre de gravite de la partie triangulaire de la partie du sol decomprese.
Les cotes du triangle sont determinees en fonction des coordonnees (α, γ) de G_t et en fonction des excentricites (e_x et e_y).

Moments statiques des aires :

Rectangle (abcd) :

$$M_{s/x} = 0$$

$$M_{s/y} = 0$$

Triangle (edf) :

$$M_{s/y} = 9 \alpha (A - 2 \alpha) (B - 2 \gamma) / 8$$

$$M_{s/x} = 9 \gamma (A - 2 \alpha) (B - 2 \gamma) / 8$$

et

$$ed = 3 (A - 2 \alpha) / 2$$

$$df = 3 (B - 2 \gamma) / 2$$

$$\text{Surface du triangle (edf)} = 9 (A - 2 \alpha) (B - 2 \gamma) / 8$$

$$S_{ap} = AB - 9 (A - 2 \alpha) (B - 2 \gamma) / 8$$

Posons : $\alpha = k A$

On obtient :

$$- e_x = 9 \alpha (A - 2 \alpha) (B - 2 \gamma) / [8 AB - 9 (A - 2 \alpha) (B - 2 \gamma)] \quad (27)$$

$$- x = 9 k (A - 2 k) (B - 2 k y/x) / [8 - 9 (A - 2 k) (B - 2 k y/x)] \quad (27.1)$$

$$- e_y = 9 \gamma (A - 2 \alpha) (B - 2 \gamma) / [8 AB - 9 (A - 2 \alpha) (B - 2 \gamma)] \quad (28)$$

D'autre part les points N, G et G_t sont alignes :

$$\alpha/\gamma = ex/ey \quad \text{et} \quad \gamma = \alpha \cdot ex/ey \quad (29)$$

La relation (27.1) donne :

$$yk^3 - 0.5k^2(x+y+2xy) + 0.25kx(1+2x+2y) - (x/6)^2 = 0 \quad (30)$$

La relation (30) determine les cotes de la partie triangulaire decomprimee , soit :

$$ed = 1.5A(1-2k) \quad (31)$$

$$df = 1.5B(1-2ky/x) \quad (32)$$

La contrainte sur le sol est :

$$\rho = 1 - 1.125(1-2k)(1-2ky/x) \quad (33)$$

$$\sigma = \sigma_u / \rho \quad (33.1)$$

2.3.a) Cas particuliers :

a.1) Surface d'appui triangulaire egale a S/2 :

$$\rho = 1/2$$

d'ou : $ed = A$ et $df = B$

Les coordonnees de Gt sont : $Gt(\alpha = A/6, \gamma = B/6)$: Noyau central

La relation (29) donne :

$$\begin{aligned} x/y &= \alpha/\gamma = 1 \\ d'ou \quad x &= y = 1/6 \end{aligned}$$

a.2) Surface d'appui pentagonale egale a 2S/3 :

La relation (33) donne :

$$8/3 = 9(1-2k)(1-2ky/x)$$

Avec la relation (27.1), on a :

$$k = -2x$$

D'ou :

$$\alpha = -2ex$$

$$\gamma = -2ey$$

Les coordonnees de Gt et de N sont dans un rapport de 2 pour un rapport de surfaces de 2/3.

a.2) Remarques :

Il est admis :

a.2.1) Etat limite de service :

$$\text{Sap (combinaison normale) : } \rho = 1$$

$$\text{Sap (combinaison extreme) : } \rho = 3/4$$

$$\text{Sap (cas sismique) : } \rho = 1/3$$

B) SEMELLES EXCENTREES

I) Fondations excentrees :

1) Disposition - Dimensions:

Les semelles excentrees sont sous un element porteur qui peut etre un poteau ou un voile, supportant lui meme un plancher .

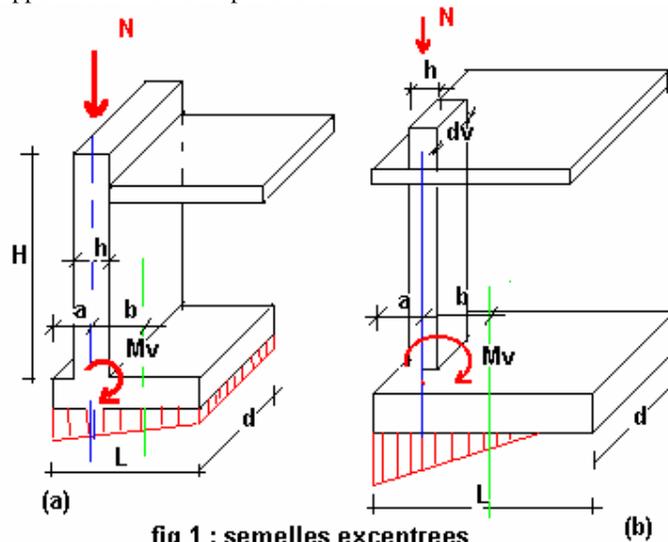


fig 1 : semelles excentrees

a : sous voile
b : sous poteau

2) Contraintes sur le sol :

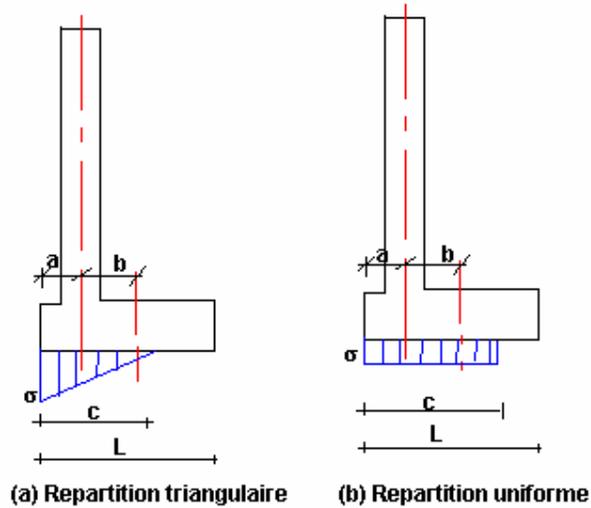
Deux cas sont a envisager :

2 . a) Sans interaction sol - structure :

On peut opter soit pour :

- Une repartition triangulaire
- Une repartition uniforme

fig 2 : Repartition des contraintes



2. a . 1) Cas repartition triangulaire :

Longueur de la zone comprimée :

$$c = 3 a$$

$$\sigma_{\Delta} = 2 N / 3 a d$$

$$\sigma_{\Delta} = \sigma_0 (2L / 3a) \quad (1)$$

avec :

$$\sigma_0 = N / (Ld)$$

2. a . 2) Cas repartition uniforme :

$$c = 2 a$$

$$\sigma_u = N / (2 a d)$$

$$\sigma_u = \sigma_0 L / (2 a) \quad (2)$$

Le rapport des contraintes est

$$(1) / (2) = \sigma_{\Delta} / \sigma_u = 4 / 3$$

2 . b) Avec interaction sol - structure :

b . 1) Compression totale du sol :

La rotation au centre O de la semelle sous l'effet du moment est :

$$\theta = (b N - Mv) / (k I_s) \quad (3)$$

k : coefficient de ballast du sol
 I_s : Inertie de la semelle

La rotation de la section inferieure du poteau est :

$$\theta = H M_v / (m E I_p) \quad (4)$$

E : module du materiau du poteau

I_p : Inertie du poteau

m : dependant du mode de liaison du poteau

(m = 3 : articulation , m = 4 : encastre)

$$\text{Ces deux rotations sont egales : } (3) = (4) \quad (5)$$

L'excentricite est :

$$e = M_v / N \quad (6)$$

Les relations (3) , (4) et (5) donnent :

$$e = b / n \quad (7)$$

avec

$$n = 1 + (k H / m E) (I_s / I_v) \quad (8)$$

Le moment a la base du poteau est

$$M_v = e N$$

Les contraintes sont :

$$\sigma_1 = \sigma_0 [1 + 6 b (n - 1) / (n L)] \quad (9)$$

$$\sigma_2 = \sigma_0 [1 - 6 b (n - 1) / (n L)] \quad (10)$$

Ces relations sont valables si :

$$\sigma_2 > 0 \quad \text{soit : } n < 1 / (1 - 0.167 L / b) \quad (11)$$

b . 2) Repartition triangulaire incomplete (c < L) :

L'equilibre des moments par rapport a l'axe du poteau est :

$$M_v = N (c / 3 - a)$$

$$e = M_v / N \quad \text{soit } e = c / 3 - a \quad \text{d'ou } c = 3 (a + e) \quad (12)$$

La contrainte max est :

$$\sigma = 2 N / (c d) : \quad \sigma = \sigma_0 (2 L / c) \quad (13)$$

La rotation de la semelle est :

$$\sigma = k y$$

$$\theta = y / c$$

$$\theta = 2 N / (k d c^2) \quad (14)$$

L'egalite des rotations de la semelle et de la section inferieure du poteau donne :

$$2 N / (k d c^2) = H M_v / (m E I_p)$$

Cette egalite traduite en fonction de l'excentricite donne une equation telle que :

$$e^3 + 2 a e^2 + a^2 e - 2 m E I_p / (9 k H d) = 0 \quad (15)$$

La racine réelle de l'équation (15) donne :

$$Mv = e N \quad (16) \quad \text{si } 3(a + e) < L$$

$$\sigma = 2 \sigma_0 L / [3(e + a)]$$

II) Fondation excentree et Longrine de redressement :

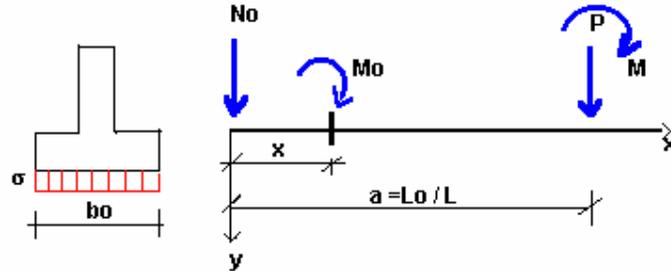


fig 3 : Semelle excentree - longrine redressement

Donnees et hypotheses :

- EoIo** : Rigidite de la longrine
- Lo** : Longueur de la longrine
- L** : Longueur elastique
- bo** : Largeur longrine

La longrine repose sur un sol elastique de coefficient de ballast K . Les deformations sont proportionnelles aux contraintes.

$$\sigma = K_o y \quad K_o = K b_o$$

1) Equations :

La deformee elastique est obtenue a partir des equations :

$$E_o I_o \frac{d^2 y}{dx^2} = - M$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = \sigma \quad \text{soit} : \frac{d^2 M}{dx^2} = K_o y$$

$$\frac{d^4 M}{dx^4} = K_o \frac{d^2 y}{dx^2}$$

La longueur elastique est telle que :

$$L^4 = 4 E_o I_o / K_o \quad (17) \quad : \quad E_o I_o = K_o L^4 / 4$$

Posons $x_r = x / L$: abscisse reduite

L'equation differentielle de la deformee elastique de la longrine est :

$$(L^4 / 4) \frac{d^4 M}{dx^4} + M = 0 \quad (18)$$

La solution generale de la relation (18) est :

$$M = A_1 \cos x_r \operatorname{ch} x_r + A_2 \sin x_r \operatorname{sh} x_r + A_3 \cos x_r \operatorname{sh} x_r + A_4 \sin x_r \operatorname{ch} x_r \quad (19)$$

Posons :

$$\begin{aligned}C2 &= \cos \alpha \operatorname{ch} \alpha \\S2 &= \sin \alpha \operatorname{sh} \alpha \\CS &= \cos \alpha \operatorname{sh} \alpha \\SC &= \sin \alpha \operatorname{ch} \alpha\end{aligned}$$

La relation (19) devient

$$M = A1.C2 + A2.S2 + A3.CS + A4.SC \quad (19.1)$$

Les derivees de (19) donnent :

L'effort tranchant est :

$$LT = (A3 + A4) C2 + (A4 - A3) S2 + (A1 + A2) CS + (A2 - A1) SC \quad (20)$$

La contrainte est :

$$0.5 L^2 \sigma = A2.C2 - A1.S2 + A4.CS - A3.SC \quad (21)$$

Donc les equations de :

la fleche est :

$$0.5 K_0 L^2 y = A2.C2 - A1.S2 + A4.CS - A3.SC \quad (22)$$

La rotation est :

$$0.5 K_0 L^3 \theta = (A4-A3) C2 - (A4+A3) S2 + (A2-A1) CS - (A2+A1) SC \quad (23)$$

2) Cas d'une charge ponctuelle P :

Pour une longrine de longueur L_0 et de longueur reduite : $\alpha = L_0 / L$, les conditions aux limites sont :

A l'origine : $\alpha = 0$:

$$\begin{aligned}y &= 0 \quad \text{et} \quad \theta = 0 \\d'ou : \quad A2 &= 0 \quad \text{et} \quad A3 = A4\end{aligned}$$

A l'extremite : $\alpha = \alpha$:

$$M(\alpha) = 0 \quad \text{et} \quad T(\alpha) = P$$

On obtient le systeme :

$$A1.C2(\alpha) + A3.[CS(\alpha) + SC(\alpha)] = 0 \quad (24)$$

$$A1[CS(\alpha) - SC(\alpha)] + 2.A3.C2(\alpha) = L.P \quad (24)$$

$$\text{Posons : } \Delta = 2 C2^2(\alpha) - CS^2(\alpha) + SC^2(\alpha)$$

La resolution du systeme (24) donne :

$$A1 = [CS(\alpha) + SC(\alpha)] L.P / \Delta \quad (25)$$

$$A3 = C2(\alpha) . L . P / \Delta \quad (26)$$

Posons :

$$\begin{aligned}CSp &= CS(\alpha) + SC(\alpha) \\CSm &= CS(\alpha) - SC(\alpha)\end{aligned}$$

Les deformations fleche et rotation a l'origine sont :

$$y = (2LP/\Delta KoL^2) [CSm.C2(\alpha) - CSp.S2(\alpha)] \quad (27)$$

$$\theta = (LP/\Delta KoL^2) [2.C2(\alpha).S2(\alpha) - CSp^2] \quad (28)$$

Les sollicitations a l'origine sont :

$$M(0) = CSp. LP/\Delta \quad (29)$$

$$T(0) = 2.C2(\alpha) LP/\Delta \quad (30)$$

Les equations generales des sollicitations et des deformations sont :

$$(\Delta/LP) M(xr) = CSp.C2(xr) + C2(\alpha) [CS(xr) + SC(xr)] \quad (31)$$

$$(\Delta/P) T(xr) = 2C2(\alpha)C2(xr) + CSp[CS(xr) - SC(xr)] \quad (32)$$

$$(\Delta KoL/2P) y (xr) = CSp.S2(xr) + C2(\alpha) [CS(xr) - SC(xr)] \quad (33)$$

$$(\Delta KoL^2/2P) \theta (xr) = -2C2(\alpha).S2(xr) - CSp [CS(xr) + SC(xr)] \quad (34)$$

3) Cas d'un moment M :

Conditions aux limites :

$$xr = 0 :$$

$$y = \theta = 0 \text{ et } (A2 = 0 , A3 = A4)$$

$$xr = \alpha :$$

$$M(\alpha) = M \text{ et } T(\alpha) = 0$$

d'ou le systeme :

$$A1.CSm + 2A3.C2(\alpha) = 0 \quad (35)$$

$$A1.C2(\alpha) + A3.CSp = M \quad (36)$$

La resolution du systeme donne , avec :

$$\Delta = CSm.CSp - 2C2^2(\alpha)$$

$$A1 = 2M.C2(\alpha) / \Delta \quad (37)$$

$$A3 = CSm.M / \Delta \quad (38)$$

La fleche et la rotation a la section chargee sont :

$$y (\alpha) = (2M / \Delta KoL^2) [CSm^2 - 2.S2(\alpha).C2(\alpha)] \quad (39)$$

$$\theta(\alpha) = - (2M / \Delta KoL^3) [2CSm.S2(\alpha) + CSp.C2(\alpha)] \quad (40)$$

Les sollicitations a l'origine sont :

$$M(0) = 2M.C2(\alpha) / \Delta \quad (41)$$

$$T(0) = 2M.CSm / \Delta \quad (42)$$

4) Longrine chargee a une extremite par M et P :

Les relations (27) + (39) donnent :

$$y(\alpha) = (2 / \Delta K_0 L^2) (W1.LP + W2.M) \quad (43)$$

$$\theta(\alpha) = (1 / \Delta K_0 L^3) (W3.LP - 2 W4.M) \quad (44)$$

Avec :

$$W1 = C2(\alpha).CSm - S2(\alpha).CSp$$

$$W2 = CSm^2 - 2S2(\alpha)C2(\alpha)$$

$$W3 = C2(\alpha)S2(\alpha) - CSm^2$$

$$W4 = 2CSm.S2(\alpha) + CSp.C2(\alpha)$$

Les sollicitations a l'origine pour une longrine chargee par P et M sont :

$$Mo = Mo(P) + Mo(M)$$

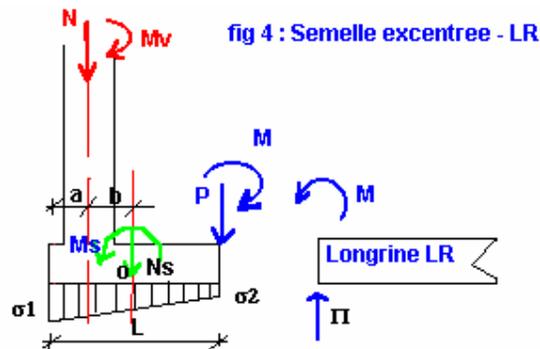
$$Mo = (29) + (41)$$

$$Mo = (LP / \Delta) [CS(\alpha) + SC(\alpha)] + (2M / \Delta) C2(\alpha) \quad (44.1)$$

$$To = To(P) = To(M)$$

$$To = (30) + (42)$$

$$To = (2LP / \Delta) C2(\alpha) + (2M / \Delta) CSm \quad (44.2)$$



L'effort normal et le moment au centre de gravite de la semelle sont :

$$Ns = N + P$$

$$Ms = b.N - Mv - 0.5 PLs - M$$

La rotation de la semelle sous l'effet du moment est :

$$\theta = Ms / K.Is$$

$$\theta = (b.N - Mv - 0.5 PLs - M) / K.Is \quad (45)$$

Rotation de la section inferieure du poteau :

$$\theta = H.Mv / (mE Ip) \quad (46)$$

L'egalite des rotations donne : (45) = (46)

$$Mv = n (b.N - 0.5 PLs - M) \quad (47)$$

$$\text{Avec : } 1/n = (1 + HK Is / m E Ip)$$

La fleche et la rotation a l'extremite de la semelle (section semelle-longrine) est :

$$\sigma = Ky \quad ; \quad y = \sigma / K$$

$$\sigma = Ns / (d.Ls) - 6Ms / (d.Ls^2)$$

$$\sigma = (N + P) / (d.Ls) - 6(b.N - 0.5 PLs - M - Mv) / (d.Ls^2)$$

En remplaçant Mv par sa relation en (47) , on a :

$$\sigma = (N + P) / (d.Ls) - 6(1 - n) (b.N - 0.5 PLs - M) / (d.Ls^2)$$

d' ou :

$$y = (N + P) / (K.d.Ls) - 6(1 - n) (b.N - 0.5 PLs - M) / (K.d.Ls^2) \quad (48)$$

La rotation est :

$$\theta = (1 - n) (b.N - 0.5 PLs - M) / (K.Ls) \quad (49)$$

D' ou :

$$y = A1s (P / KoL) - A2s (M / KoL^2) + A10 (N / KoL) \quad (50)$$

$$\theta = A2s (P / KoL^2) - A3s (M / KoL^3) + A20 (N / KoL^2) \quad (51)$$

Avec :

$$A1s = (4-3n) boL / dLs \quad A10 = [Ls - 6(1-n) b] boL / d Ls^2$$

$$A2s = 6(n-1) boL^2 / dLs^2 \quad A20 = 2 A2s b / Ls$$

$$A3s = 2 A2s L / Ls$$

Par identification des expressions :

$$(43) = (50)$$

$$(44) = (51)$$

On obtient le systeme suivant :

$$C11 P - C12 M = C10 N \quad (52)$$

$$C21 P - C22 M = C20 N$$

Avec les expressions des coefficients Cii de :

$$C11 = 2 W1 / (\Delta Ko L) + A1s$$

$$C12 = 2 W2 / (\Delta Ko L^2) + A2s$$

$$C21 = W3 / (\Delta Ko L^2) + A2s$$

$$C22 = - 2 W4 / (\Delta Ko L^3) + A3s$$

$$C10 = A10 \quad ; \quad C20 = - A20$$

La resolution du systeme (52) permet la determination du moment M_v a la section inferieure du poteau , ainsi que les contraintes sur le sol .

$$M_v = m_1 \cdot n \cdot N \quad (53)$$

$$N_s = n_1 \cdot N \quad (54)$$

$$M_s = (1-n) \cdot m_1 \cdot N \quad (55)$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 [n_1 + 6(1-n) m_1 / L_s] \quad (56)$$

$$\sigma = \sigma_0 [n_1 - 6(1-n) m_1 / L_s] \quad (57)$$

Avec :

$$m_1 = b - 0.5 L_s P / N - M/N$$

$$n_1 = 1 + P / N$$

$$\text{si } P / N > -1 + 6(1-n) m_1 / L_s$$

C) SEMELLE FILANTE SUR APPUI CONTINU ELASTIQUE

1) Le sol :

Le sol , considere comme un appui continu elastique , admet une proportionnalite entre les deformations et les reactions . Il est represente par son coefficient de ballast , tel que :

1. a) Sol sableux ou peu cohesif :

Pour une semelle de longueur B , on a :

$$C = K_{ref} (B + 30)^2 / (2B)^2 \quad (1)$$

K_{ref} : coefficient donne par le tableau de Terzaghi

Tableau : 1

Sable	Consistance	Lache	Moyen	Dense	Unite
sec	Densite	13	16	19	kg/m ³
	Limites K _{ref}	0.6 - 1.9	1.9 - 9.6	9.6 - 32	kg/cm ³
	K _{ref} moyen	1.3	4	16	//
Sable noye	K _{ref} moyen	0.8	2.5	10	//

1. b) Sol argileux :

Le module depend du type de semelle :

- Semelle rectangulaire :

$$C = 20 K_{ref} (1 + 15/L) / B \quad (2)$$

- semelle filante :

$$C = 20 K_{ref} / B \quad (2.1)$$

Tableau : 2

Consistance	Raide	Tres raide	Dure	Unite
Cte Comp Simple	1 a 2	2 a 4	Sup 4	kg/cm ²
Limites K _{ref}	10.6 - 3.2	3.2 - 6.4	Sup 6.4	kg/cm ³

Kref moyen	2.5	5	10	kg/cm3
------------	-----	---	----	--------

Remarques :

La valeur de C ne depend pas que du sol seulement , ainsi :

- a) La valeur de C est petite si la semelle est grande
- b) La contrainte augmente si la valeur de C est plus grande

Pour cerner , on peut utiliser les valeurs extremes de C :

- a) Les valeurs faibles de C donnent des sollicitations (M , T) elevees
- b) Les valeurs grandes de C donnent des contraintes elevees.

Formulation des equations :

2.1) Semelle infinie :

La proportionnalite des deplacements et reactions se traduit

par :

$$R(x) = B.C . v(x) \quad : \quad \begin{array}{l} C = \text{coefficient de raideur} \\ B = \text{largeur de la semelle} \\ v(x) = \text{deplacement a l'abscisse (x)} \end{array}$$

Posons :

$$K = B . C \quad \text{et} \quad \gamma^4 = K / (4EI) = CB / (4EI)$$

$$L = 1/\gamma = \text{Longueur elastique}$$

$$L = (4EI / K)^{0.25}$$

$$R(x) = K v(x) \quad (3)$$

Les moment et effort tranchant a l'abscisse (x) sont :

$$d^2v(x) / dx^2 = - M(x) / EI \quad (3.1)$$

$$d^3v(x) / dx^3 = T(x) / EI \quad (3.2)$$

$$d^4v(x) / dx^4 = - p(x) / EI \quad (3.3)$$

Avec :

$$\psi(\gamma x) = e^{-\gamma x} (\cos \gamma x - \sin \gamma x) \quad (3.4)$$

$$\phi(\gamma x) = e^{-\gamma x} (\cos \gamma x + \sin \gamma x) \quad (3.5)$$

$$\zeta(\gamma x) = e^{-\gamma x} \sin \gamma x \quad (3.6)$$

$$\theta(\gamma x) = e^{-\gamma x} (\cos \gamma x) \quad (3.7)$$

On a :

$$\phi = \theta + \zeta \quad (3.8)$$

$$\psi = \theta - \zeta \quad (3.9)$$

2.1. a) Resolution des equations :

Les relation (3) et (3.3) donnent :

$$\begin{array}{l} d^4v(x) / dx^4 = - K / (EI) \\ d^4v(x) / dx^4 + K / (EI) = 0 \quad (4) \end{array}$$

La relation (4) est une equation differentielle du 4° ordre , v (x) est de la forme

$$v(x) = e^{\alpha x}$$

En derivant quatre fois , on a :

$$\begin{aligned} (\alpha^4 + K / EI) e^{\alpha x} &= 0 \\ (\alpha^4 + K / EI) &= 0 \quad (5) \end{aligned}$$

$$\alpha^4 + 4 \gamma^4 = 0 \quad (5.1)$$

Posons :

$$\alpha^2 = X \quad : \quad X^2 = -4 \gamma^4 = 4 i \gamma^4$$

Les solutions sont :

$$\alpha_{11} = (1 + i) \gamma$$

$$\alpha_{12} = -(1 + i) \gamma$$

$$\alpha_{21} = -(1 - i) \gamma$$

$$\alpha_{22} = (1 - i) \gamma$$

La fonction $v(x)$ est :

$$v(x) = A e^{\gamma x} \cos \gamma x + B e^{\gamma x} \sin \gamma x + C e^{-\gamma x} \cos \gamma x + D e^{-\gamma x} \sin \gamma x$$

Par les conditions aux limites , on a :

$$\begin{aligned} x \rightarrow \infty : \text{fleche nulle} &: v(x) = 0 \\ &: \text{rotation nulle} : dv/dx = 0 \end{aligned}$$

$$x = 0 \quad : \quad dv / dx = 0$$

donc :

$$v(x) = C e^{-\gamma x} (\cos \gamma x + \sin \gamma x) \quad (6)$$

2.1. b) Action d'une charge ponctuelle :



**fig 1 : semelle infinie sur appui elastique
Cas charge ponctuelle**

$$x = 0 \rightarrow T = P / 2$$

on obtient , par la relation (3.2)

$$d^3v(x) / dx^3 = - P / (2EI)$$

$$v(x) = - (P / 2K) \varphi (\gamma x) \quad (7)$$

$$\theta(x) = (P \gamma^2) \zeta (\gamma x) \quad (8)$$

L'equation du moment est par (3.2) :

$$d^2v(x) / dx^2 = (P\gamma^3 / K) e^{-\gamma x} (\cos \gamma x - \sin \gamma x)$$

$$EI d^2v(x) / dx^2 = (P \gamma^4 / K \gamma) e^{-\gamma x} (\cos \gamma x - \sin \gamma x)$$

d'ou :

$$M = (P / 4 \gamma) \varphi (\gamma x) \quad (9)$$

L'effort tranchant est :

$$T = \pm (P / 2) \theta (\gamma x) \quad (10)$$

2. 1 . c) Action d'un couple localise (Γ) :

De meme , on obtient :

$$v = - (\Gamma \gamma^2 / K) \zeta (\gamma x) \quad (11)$$

$$M = (\Gamma / 2) \theta (\gamma x) \quad (12)$$

$$T = (\Gamma \gamma / 2) \varphi (\gamma x) \quad (13)$$

3) Semelle de longueur finie :

La poutre finie OA est obtenue a partir d'une poutre illimitee a laquelle on applique au point O une force P_o et un couple M_o et en A une force P_1 et un couple M_1 , (P_o, M_o, P_1, M_1) appele systeme concomittant (s) au systeme (S) de charges appliquees directement sur la poutre . Tel que :

$$\begin{aligned} M(0) = 0 & : M(A) = 0 \\ T(0) = 0 & : T(A) = 0 \end{aligned}$$

soit :

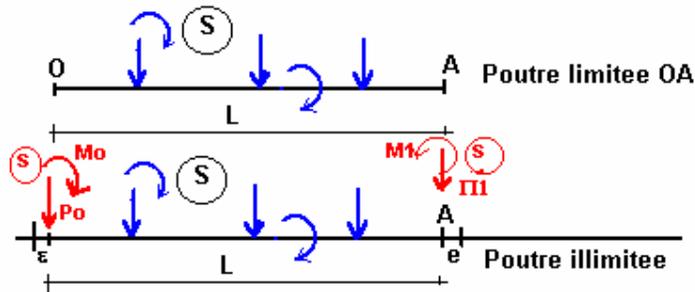


fig 2 : Poutre finie

(Poutre finie avec systeme S) = (poutre illimitee avec S + s)

D'ou le systeme d'equation (14) :

$$\begin{aligned} M(O) (S) + M(O) (s) &= 0 \\ T(O) (S) + T(O) (s) &= 0 \\ M(A) (S) + M(A) (s) &= 0 \\ T(A) (S) + T(A) (s) &= 0 \end{aligned}$$

Le systeme (14) determine les 4 inconnues (P_o, M_o, P_1, M_1) du systeme (s)

Designons par :

$M'o$: Moment en O dû au système appliqué (S)
 $M'1$: " " A " "
 $T'o$: Effort tranchant en O dû au système appliqué (S)
 $T'1$: " " A " "

Les sollicitations (M,T) aux extrémités de la semelle donnent :

$$(P_o / 4\gamma) + (P1/4\gamma) \cdot \psi_A + (M_o/2) + (M1/2) \cdot \theta_A + M'o = 0$$

$$(P_o / 4\gamma) \cdot \psi_A + (P1/4\gamma) + (M_o/2) \cdot \theta_A + (M1/2) + M'1 = 0$$

$$(-P_o / 2) + (P1/2) \cdot \theta_A + (-\gamma M_o/2) + (\gamma M1/2) \cdot \phi_A + T'o = 0$$

$$(-P_o / 2) \cdot \theta_A + (P1/2) + (-\gamma M_o/2) \cdot \phi_A + (\gamma M1/2) + T'1 = 0$$

Dans la pratique, les dimensions de la semelle sont telles que (θ_A, ψ_A, ϕ_A) sont des valeurs très petites . En négligeant ces termes , on obtient deux systèmes d'équations à deux inconnues .

$$\begin{aligned}
 P_o/4\gamma + M_o/2 + M'o &= 0 \\
 - P_o/2 - \gamma M_o/2 + T'o &= 0 \quad (\text{sous système A0})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P1/4\gamma + M1/2 + M'1 &= 0 \\
 P1/2 + \gamma M1/2 + T'1 &= 0 \quad (\text{sous système A1})
 \end{aligned}$$

3.1) Exemples :

3.1. a) Exemple 1:

Probleme traite, par M HINDIE (Socotec), dans les Annales n° 364 Septembre 1978

(Informatique appliquée) . $C = 2 \text{ daN} / \text{cm}^3$.

Pour définir la semelle finie de 24.50m de longueur ,il faut résoudre le système (A) suivant

$$(P_o / 4\gamma) + (P1/4\gamma) \cdot \psi_A + (M_o/2) + (M1/2) \cdot \theta_A + 49.55 = 0$$

$$(P_o / 4\gamma) \cdot \psi_A + (P1/4\gamma) + (M_o/2) \cdot \theta_A + (M1/2) + 40.795 = 0$$

$$(-P_o / 2) + (P1/2) \cdot \theta_A + (-\gamma M_o/2) + (\gamma M1/2) \cdot \phi_A + 32.05 = 0$$

$$(-P_o / 2) \cdot \theta_A + (P1/2) + (-\gamma M_o/2) \cdot \phi_A + (\gamma M1/2) - 31.484 = 0$$

La résolution donne :

$$\begin{aligned}
 P_o &= 232.42 \text{ t} \\
 P1 &= 170.62 \text{ t} \\
 M_o &= - 431.53 \text{ tm} \\
 M1 &= 308.31 \text{ tm}
 \end{aligned}$$

Remarque :

Si on néglige les valeurs de (θ_A, ψ_A, ϕ_A) , on obtient les deux sous systèmes

A0 et A1 , tels que :

$$\begin{aligned}
 P_o/4\gamma + M_o/2 + 49.55 &= 0 \\
 - P_o/2 - \gamma M_o/2 + 40.795 &= 0 \quad (\text{sous système A0})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_o &= 232.48 \text{ t} \\
 M_o &= - 431.55 \text{ tm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P1/4\gamma + M1/2 + M'1 &= 0 \\
 P1/2 + \gamma M1/2 + T'1 &= 0 \quad (\text{système A1})
 \end{aligned}$$

$$P1 = 170.78 \text{ t}$$

$$M1 = - 308.31 \text{ tm}$$

Les tableaux 3 et 4 , suivant , donnent les moments et les pressions , aux differantes sections , par trois methodes de calcul :

Tableau 3 : Determination des Moments

Methode de calcul	2	3	4	6	7
Hetenyi manuelle	147.06	109.44	123.27	Non calcule	Non calcule
Programme "Smelftes"	146.94	109.37	122.36	-112.25	-87.74
Tables Wolfer	146.20	109.86	122.24	-113.84	-87.97
Hindie (Annales)	147.00	110.00	122.00	Non calcule	Non calcule

Tableau 4 : Determination des Pressions

Methode de calcul	1	2	3	4	5
Hetenyi manuelle	13.55	10.44	11.32	9.91	10.48
Programme "Smelftes"	13.58	10.90	11.46	9.92	10.48
Tables Wolfer	13.80	10.91	11.53	9.92	10.48
Hindie (Annales)	13.52	10.88	11.38	9.93	10.44

3.1. b) Exemple 2:

Exemple traite par Wolfer dans son ouvrage " Poutres sur appuis continus elastiques"

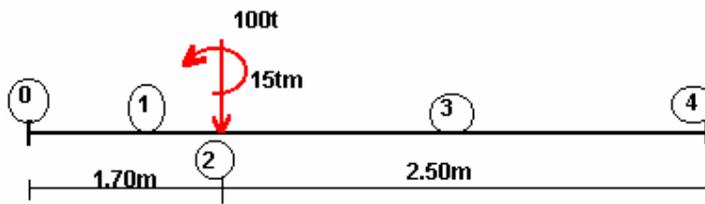


fig 4 : Exemple 2

La resolution du system (A) donne :

$$Po = 186.58 \text{ t}$$

$$Mo = - 394.02 \text{ tm}$$

$$P1 = - 40.26 \text{ t}$$

$$M1 = -162.44 \text{ tm}$$

Les sous systeme (A0) est :

$$Po/4\gamma + Mo/2 + 24.509 = 0$$

$$- Po/2 - \gamma Mo/2 + 28.435 = 0$$

Les solutions sont :

$$Po = 142.57 \text{ t}$$

$$Mo = - 291.39 \text{ tm}$$

Ces valeurs sont différentes de celles trouvées par le système initial (A)

Remarque importante :

Posons $\beta = \gamma L$: longueur réduite

La longueur élastique pour cet exemple est : $L = 3.40$ m

$$\text{Donc : } \beta = 4.2 / 3.40 \\ \beta = 1.24$$

Or on constate que les valeurs des fonctions (θ , ψ , φ) deviennent négligeable pour les valeurs de β telles que :

$$\beta \geq 3$$

Donc :

a) Si la longueur réduite est supérieure ou égale à 3 ($\beta \geq 3$), on utilise pour la résolution les sous systèmes (A0 et A1).

b) Si la longueur réduite est inférieure à 3 ($\beta < 3$), on ne peut utiliser pour la résolution que le système principal (A).

D) APERÇU LIAISON SOL-STRUCTURE

1) Généralités :

Le sol est considéré comme un solide rigide et indéformable.

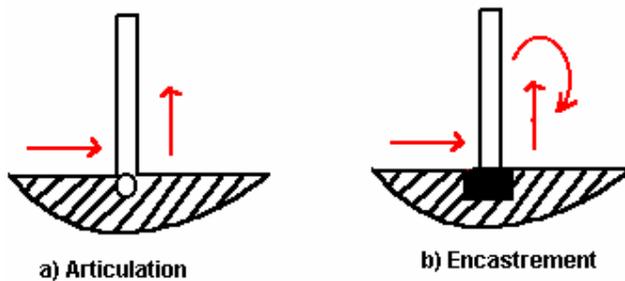


fig 1 : Liaison sol-structure

Or le sol deforme sous l'action des differentes sollicitations, ces deformations induisent des efforts dans la superstructure .

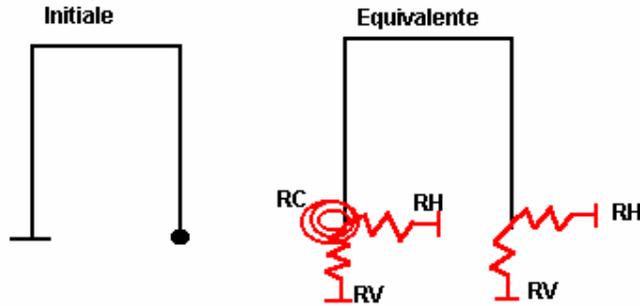


fig 2 : Representation des liaisons

2) Calcul :

On peut considerer deux approches :

1) Par l' une methode classique de calcul des structures , on determine les efforts transmis aux fondations ainsi que les deformations induites sur le sol . On renouvelle le calcul de la structure avec , eventuellement , des nouvelles dimensions des elements , ce qui donne une nouvelle serie de sollicitations aux fondations et ce faisant des deformations induites sur le sol .

Les calculs sont continues jusqu'a convergence , c.a.d jusqu'a obtenir la nullite des accroissements des tassements et des rotations .

C'est une methode laborieuse , ce qui restreint son utilisation .

2) Par la methode des elements finis , en resolvant le probleme par la determination des déplacements . Une application simple de ce cas est la methode des rotations .

En negligeant les deformations horizontales , on a :

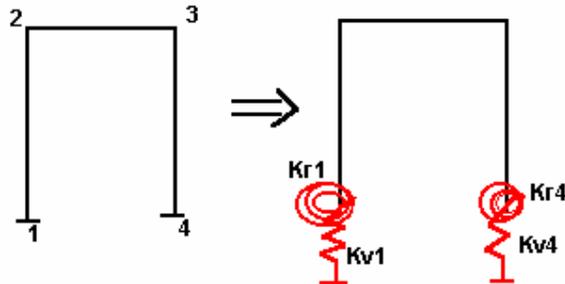


fig 3 : Cas déplacement vertical et rotation

$$\begin{aligned}
 M1 &= Kr1.\theta1 & M4 &= Kr4.\theta4 \\
 V1 &= Kv1.\delta1 & V4 &= Kv4.\delta4
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Ces elements entrant dans la matrice de rigidite qui tient ainsi compte de l'interaction sol-structure .

3) Raideurs du sol . Caracristiques mecaniques des ressorts.

Le sol est remplace par des ressorts pour tenir compte d'une raideur :

- Verticale : Kv
- Rotation : Kr

3.1) Formulation de K_v :

K_v est le rapport de la charge appliquee au tassement induit :

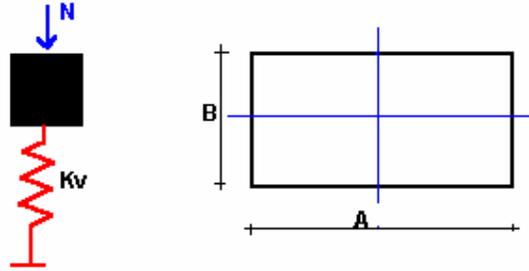


fig 4 : Raideur verticale

Soit la semelle (A x B) , sous une charge verticale centree , le tassement est :

$$\Delta = C_{fv} (1 - \nu^2) N / (EA) \quad (2)$$

C_{fv} = coefficient de forme dependant du rapport des dimensions de la semelle tel que :

$$\rho = A / B \quad \text{et} \quad C_{fv} = f(\rho)$$

ν = coefficient de poisson du sol

E = module du sol

Tableau 1 : Raideur K_v - Coefficient de forme

Rapport	1.0	1.2	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	5.0
C_{fv}	0.87	0.94	1.07	1.13	1.18	1.40	1.55	1.58

Or :

$$\Delta \cdot K_v = N$$

$$K_v = EA / [C_{fv} (1 - \nu^2)] \quad (3)$$

3.2) Formulation de K_r :

La rotation induite par une couple M est :

$$\theta = C_{fr} (1 - \nu^2) M / (EA B^2) \quad (4)$$

A : cote de la semelle // a l'axe du moment .

Tableau 2 : Raideur de rotation - Coefficient de forme

Rapport	0.2	0.25	0.40	0.80	1.00	2.00	5.00	> 5
C_{fr}	2.18	2.41	2.92	3.62	3.80	4.30	4.72	5.01

On a :

$$K_r \cdot \theta = M$$

$$K_r = AE B^2 / [C_{fr} (1 - \nu^2)] \quad (5)$$

4) Charge excentree :

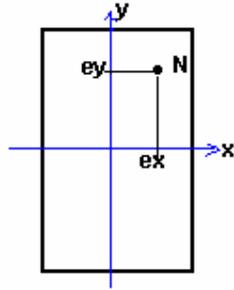


fig 5 : Charge excentree

On considere :

- Une charge centree : N
- Un moment d'axe x : $M_x = e_y N$
- Un moment d'axe y : $M_y = e_x N$

5) Remarque :

Certains sols, type argile, subissent deux genres de tassement :

- Un tassement instantane : Δ_0 et θ_0
- Un tassement final : Δ_f et θ_f

Et ainsi presentent deux modules tels que :

$$1 + \nu / E = 1 + \nu' / E' \quad (6)$$

6) Exemple :

Soit une semelle rectangulaire telle que : $A = 2B$ et une charge N excentree de (e_x, e_y) .

Posons : $B = \alpha$; $A = 2\alpha$

6.1) Charge centree :

$$\Delta = C_{fv} (1 - \nu^2) N / (EA)$$

$$\rho = 2 : C_{fv} = 1.18$$

$$\Delta(x,y) = 1.18 (1 - \nu^2) N / (2E\alpha) \quad (7)$$

6.2) Moment d'axe (x) :

$$M = e_y N$$

$$\rho = 2 : C_{fr} = 4.30$$

$$\theta_x = 4.30 (1 - \nu^2) (e_y N) / (2E\alpha^3) \quad (8)$$

La semelle tourne autour de l'axe (x), le deplacement est :

$$\Delta_x(x,y) = \theta \cdot y$$

$$\Delta_x(x,y) = 4.30 (1 - \nu^2) (e_y N \cdot y) / (2E\alpha^3) \quad (9)$$

6.3) Moment d'axe (y) :

$$M = ex N$$

$$\rho = 1/2 : \text{Cfr} = 3.14$$

$$\theta_y = 3.14 (1 - \nu^2) (ex N) / (4E \alpha^3) \quad (10)$$

$$\Delta y (x,y) = 3.14 (1 - \nu^2) (ex N \cdot x) / (4E \alpha^3) \quad (11)$$

Le déplacement résultant est :

$$\Delta r = \Delta + \Delta x + \Delta y$$

$$\Delta r = (1 - \nu^2) N [1.18 + 4.3 \cdot y \cdot ey / (\alpha^2) + 3.14 \cdot x \cdot ex / (2 \alpha^2)] / (2E \alpha) \quad (12)$$

La prise en compte des déformations de la semelle, on retient seulement :

- Le tassement Δ
- La rotation θ_x
- La rotation θ_y

7) Approche règlementaire :

Le règlement parasismique PS69 donne des recommandations concernant le sol de fondation, notamment l'assise sur un sol homogène et la liaison des appuis. Dans les calculs, le sol intervient par l'application du coefficient (δ) en fonction de la nature du sol.

Les nouvelles règles parasismiques PS92 introduisent l'interaction sol-structure par :

7-1) Solidarisation des points d'appui :

Les longrines de solidarisation réunissant les points d'appui sont calculées en supposant qu'elles sont soumises à une force horizontale centrée telle que :

$$F = (+/-) (an / g) \tau \cdot \alpha \cdot W \geq 20 \text{KN} \quad (13)$$

- an : accélération nominale
- τ : Coefficient d'amplification topographique
- W : Moyenne des charges verticales apportées par les points d'appuis reliés par la longrine
- α : Coefficient dépendant du sol, tel que :
 - a) $\alpha = 0.30$: Sol de bonne à très bonne résistance (Groupe a) (sable, gravier compact, argile raide et fortement consolidée)
 - b) $\alpha = 0.40$: Sol de résistance moyenne (roche altérée, sable et gravier moyennement compact, argile de raideur moyenne)
 - c) $\alpha = 0.60$: Sol de faible résistance (Sable ou gravier lâche, argile molle)

7.2) Prise en compte de l'interaction sol-structure :

- a) Méthode simplifiée :

Lorsqu'il est fait usage de méthodes simplifiées et à défaut de modéliser les liaisons par des ressorts et lorsque l'ouvrage comporte une infrastructure, il est loisible de considérer une hauteur de dimensionnement (H) en fonction de la nature de la couche de sol de fondation. (Voir article 6. 233-b : page 59 PS92)

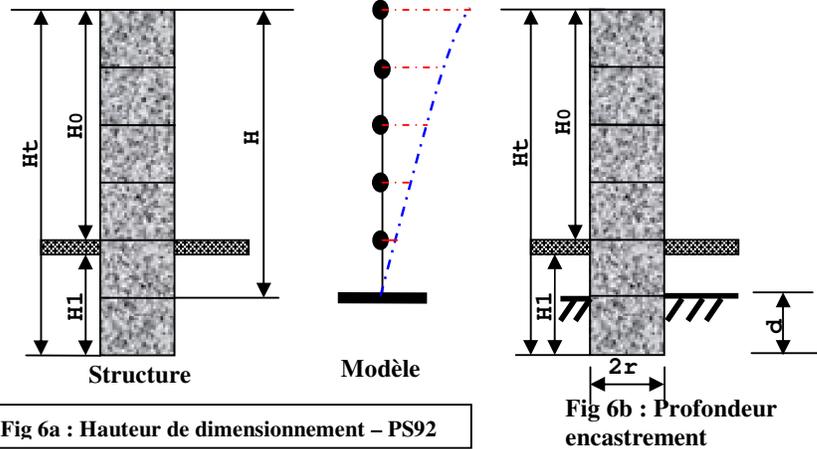


Fig 6a : Hauteur de dimensionnement – PS92

Fig 6b : Profondeur encastrement

La hauteur de dimensionnement est :

$H = H_0$: Si fondation sur rocher ou sol (a)

$H = (H_0 + H_1/2) \leq 1.50 H_0$: Fondation sol (b)

$H = (H_0 + H_1) \leq 2H_0 \leq 2H_0$: fondation sol (c)

b) **Méthode générale :**

Les liaisons de l'infrastructure avec le sol peuvent être représentées par des ressorts dont les raideurs, pour chaque degré de liberté, sont telles :

$$K_y = \frac{8G.r(1 + \frac{d}{r})}{2 - \nu}$$

$$K_x = \frac{4G.r(1 + \frac{5d}{9r})}{1 - \nu}$$

$$K_{yy} = \frac{8G.r^3(1 + \frac{2d}{r})}{3(1 - \nu)}$$

$$K_{xx} = \frac{16}{3} G.r^3(1 + \frac{8d}{3r})$$

Bibliographie :

- ❖ DTU 13.1 – 13.12
- ❖ Conception et calcul de structure de bâtiments – H THONIER (Eyrolles)
- ❖ Calcul pratiques des structures – A FUENTES (Eyrolles)
- ❖ Cours de béton armé aux états limites – MOUGIN (Eyrolles)
- ❖ Méthode simplifiée de vérification de massifs de fondations rigides rectangulaires soumises à des charges excentrées. Cas de chargement sismique – R SOULOUMIAC
- ❖ Sur le calcul des fondations excentrées – L POPESCO (Annales 527 Octobre 1994)
- ❖ Calcul des semelles continues croisées – A RETI (Revue Travaux Octobre/Novembre 1949)
- ❖ Semelle filante sur appui continu élastique A BOUGUERBA (Annales 495 Juillet/Aout 1991)
- ❖ Poutre sur appui continu élastique – Kh WOLFER (Eyrolles)
- ❖ Poutre sur appui continu (Cours CHEC)

- ❖ *Cours de résistance des matériaux – ALBIGES-COIN (Eyrolles)*
- ❖ *Calcul automatique d'une semelle finie sur appui continue élastique au moyen d'un ordinateur de poche – HINDIE (Annales Septembre 1978)*
- ❖ *Aspect théorique de calcul de fondations (Cours ENPC)*
- ❖ *Nouveau règlement parasismique PS92*